



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

# Zagadnienie niepewności w GIS

Beata Hejmanowska



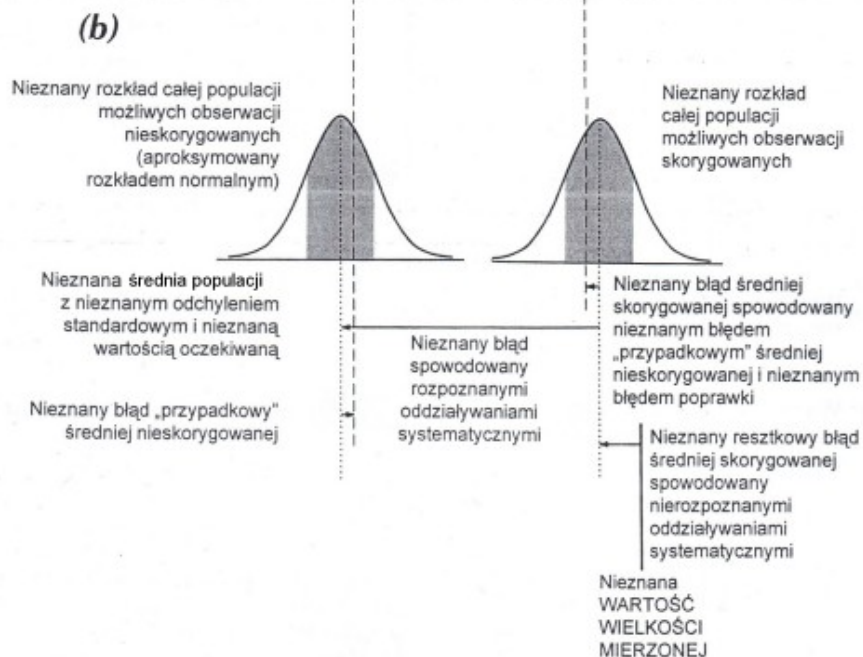
Międzynarodowe Biuro Miar, Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna, Międzynarodowa Organizacja Normalizacyjna i Międzynarodowa Organizacja Metrologii Prawnej.  
Główny Urząd Miar wydał Przewodnik w wersji polskiej w 1999 roku.

”Słowo 'niepewność' oznacza wątpliwość i stąd w szerokim znaczeniu 'niepewność pomiaru' oznacza wątpliwość co do wartości wyniku pomiaru. Z powodu braku różnych słów na oznaczenie pojęcia ogólnego niepewności i specyficznych wielkości będących miarami ilościowymi tego pojęcia, na przykład odchylenia standardowego, koniecznym jest używanie słowa 'niepewność' w tych dwóch różnych znaczeniach.”

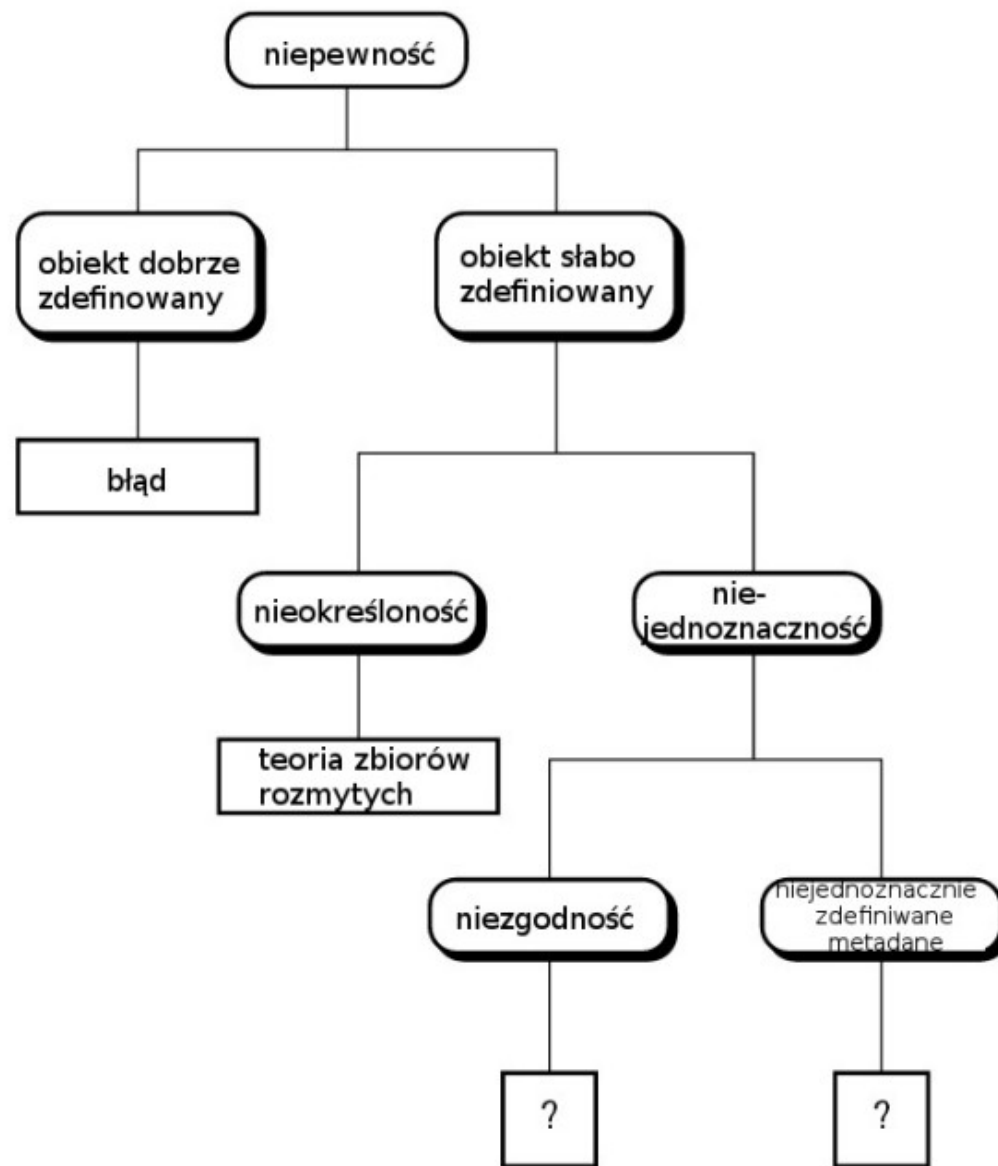
Pojęcia oparte na wielkościach obserwowalnych



Pojęcia idealne oparte na wielkościach niepoznawalnych



Rysunek 1: Interpretacja graficzna różnicy pomiędzy niepewnością a) a błędem b) (Główny Urząd Miar 1999)



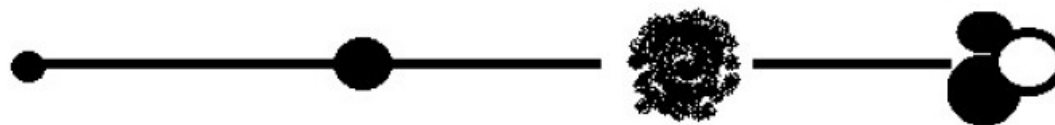
Rysunek 2: Model koncepcyjny niepewności danych przestrzennych (zmodyfikowany za Fisher 1999, 2005, zmodyfikowany za Klir i Yuan 1995)

warunki pomiaru i  
obiekt idealne

warunki pomiaru znane,  
dobrze określone  
obiekt dobrze  
zdefiniowany

warunki pomiaru i obiekt  
trudne do zdefiniowania

warunki pomiaru i  
obiekt niejednoznacznie  
zdefiniowane

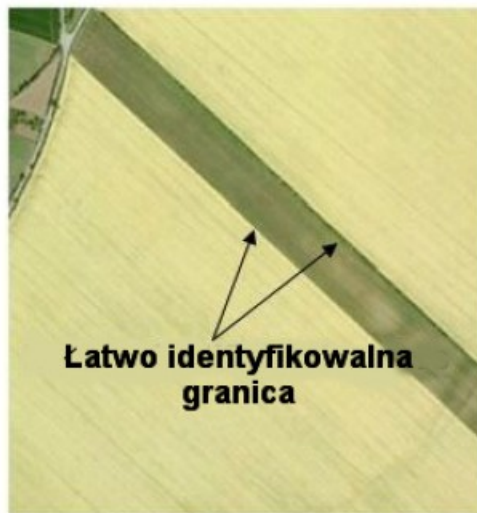


błąd

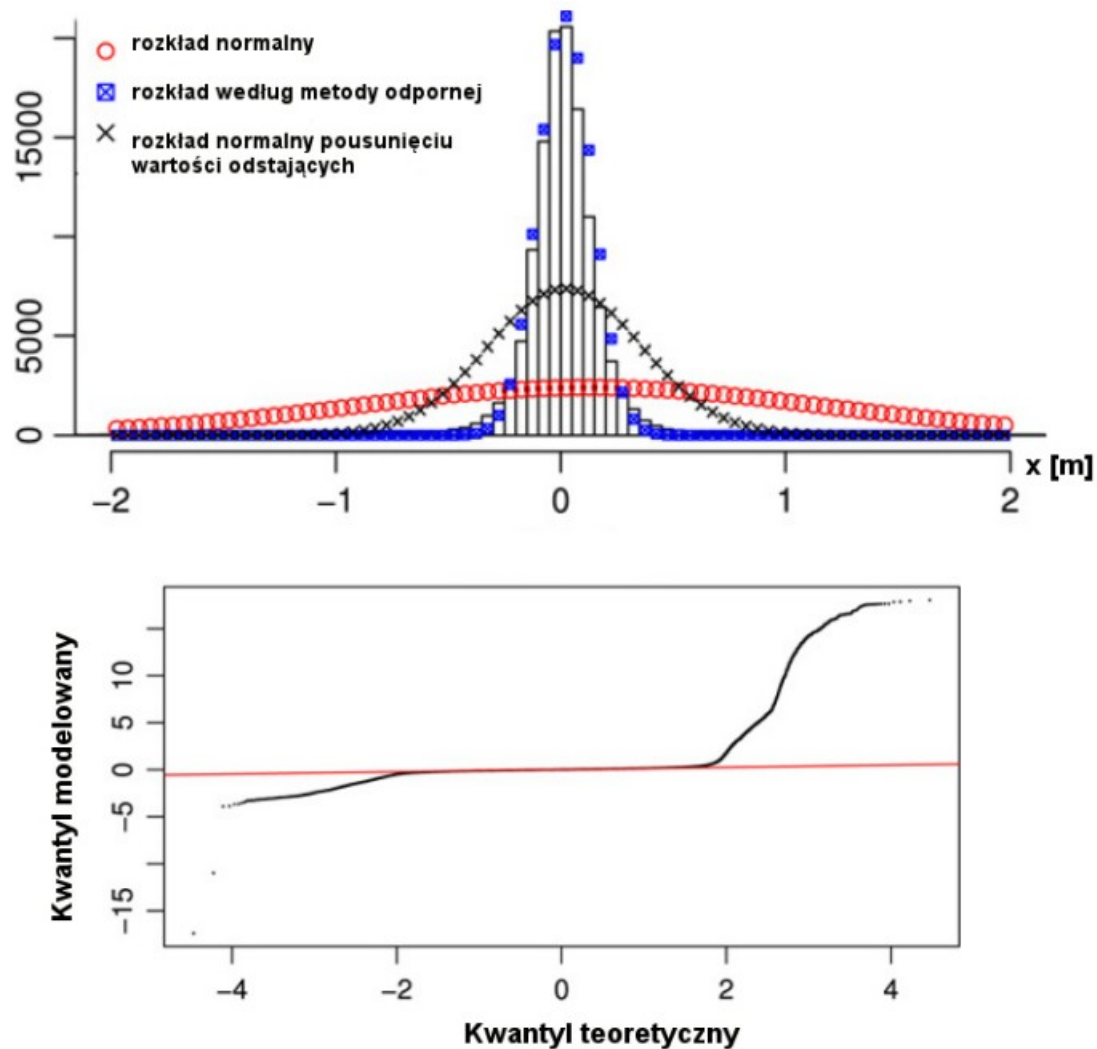
niepewność

nieokreśloność

niejednoznaczność







Rysunek 8: Przykład histogramu odchyłek NMT i wysokości pomierzonych *in-situ* wraz z różnymi rozkładami prawdopodobieństwa (zmodyfikowany za Höhle, Höhle 2009)



Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu błędów  $f_1$ , zakładając rozkład normalny można zapisać następującym wzorem:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.2)$$

gdzie:

$\mu$  – średnia odchyłka

$\sigma$  - odchylenie standardowe odchyłek

Średnią odchyłkę ( $\mu$ ) i odchylenie standardowe ( $\sigma$ ) można oszacować następująco:

$$\mu = \frac{\sum_{x=1}^n x_i}{n} \quad (3.3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (3.4)$$

Jako alternatywną funkcję gęstości prawdopodobieństwa można zaproponować funkcję gęstości rozkładu Laplace'a.

$$f_2(x) = \frac{1}{2b} \exp\left(-\frac{|(x - m)|}{b}\right) \quad (3.8)$$

przy czym

$$b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - m| \quad (3.9)$$

gdzie:

$m$  - mediana.

W rozkładzie Laplace'a wariancja jest obliczana jak poniżej:

$$var = 2b^2 \quad (3.10)$$

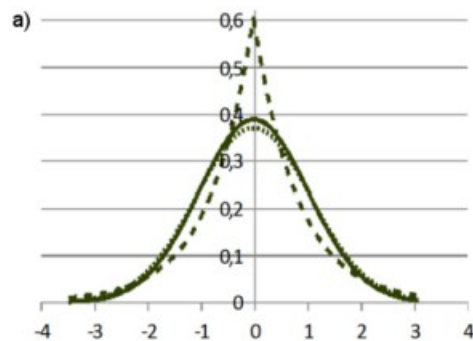
Trzecia testowana funkcja, proponowana w publikacji (Höhle, Höhle 2009) bazuje na rozkładzie Gaussa, przy czym zamiast wartości średniej błąd przyjmuje się medianę ( $m$ ), a zamiast odchylenia standardowego, znormalizowane odchylenie bezwzględne mediany (NMAD).

$$NMAD = 1.4826 \text{ mediana}(|x_i - m|) \quad (3.12)$$

W dalszej kolejności można zapisać gęstość prawdopodobieństwa zgodnie z formułą Gaussa, dla wartości mediany i NMAD:

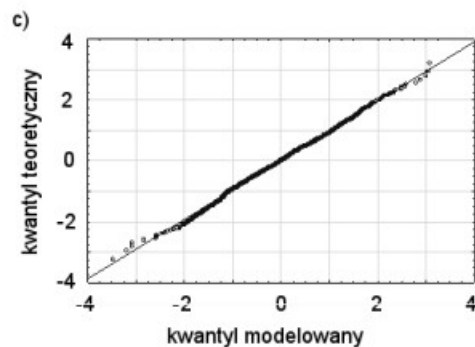
$$f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} NMAD^2} \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{2 NMAD^2}\right) \quad (3.13)$$

Funkcja  $f_3$  jest podstawą zaproponowanej w publikacji (Höhle, Höhle 2009) metody odpornej jako alternatywy do metody Gaussa.

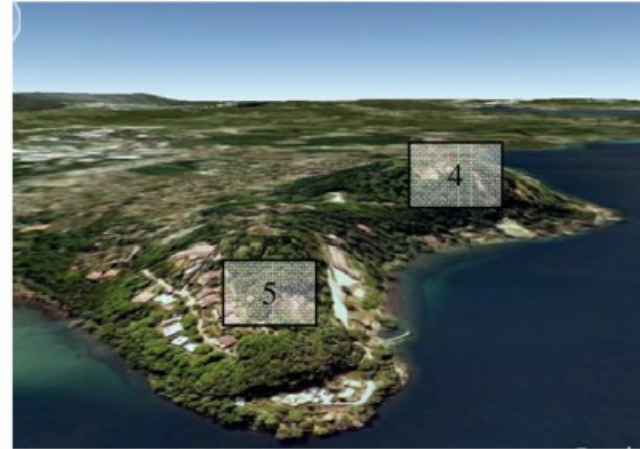


b)

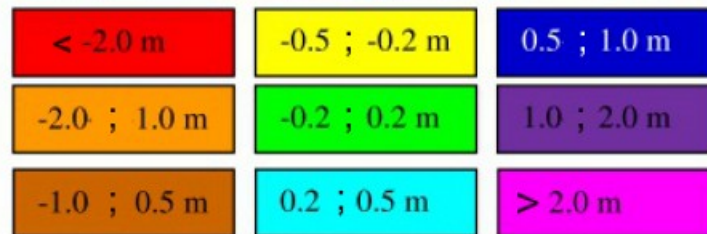
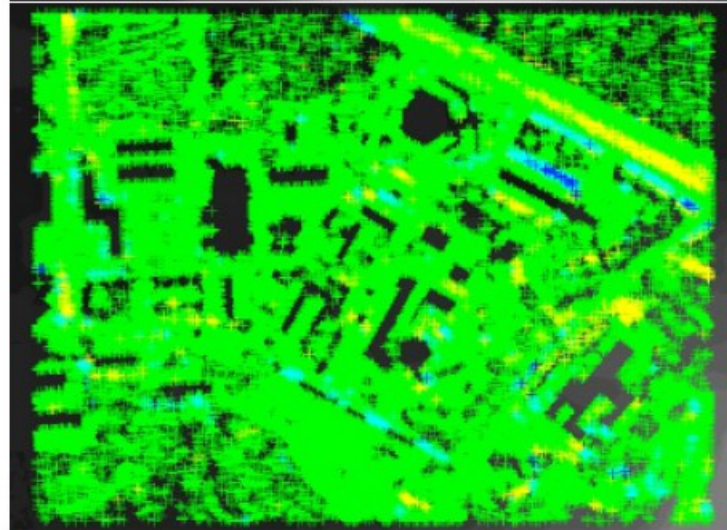
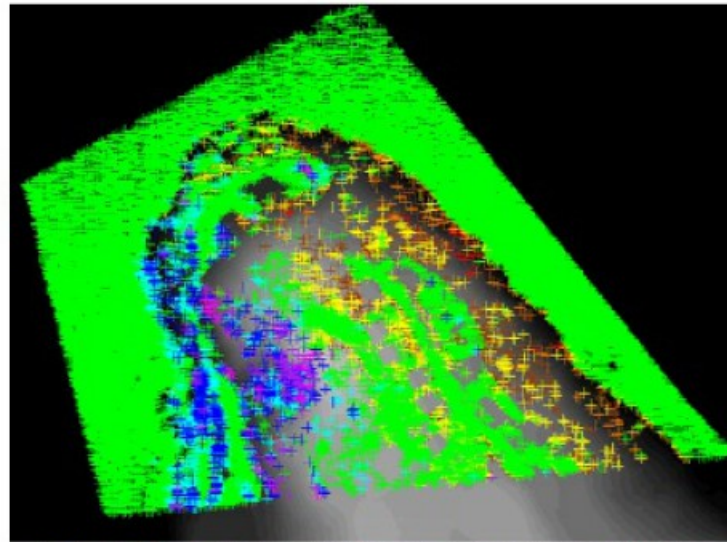
| liczba punktów    | 13     | 61     | 1000   |
|-------------------|--------|--------|--------|
| min               | -1,261 | -2,107 | -3,487 |
| max               | 1,659  | 2,387  | 3,079  |
| $\mu$             | 0,025  | 0,091  | -0,021 |
| $\sigma$          | 0,976  | 0,970  | 1,025  |
| $1,96 \sigma$     | 1,914  | 1,900  | 2,009  |
| $F_1^{-1}(0.975)$ | 1,940  | 1,967  | 1,980  |
| m                 | 0,124  | 0,208  | -0,024 |
| $2^{0,5} b$       | 1,104  | 1,072  | 1,165  |
| $F_2^{-1}(0.975)$ | 2,462  | 2,477  | 2,445  |
| m                 | 0,124  | 0,208  | -0,024 |
| NMAD              | 1,126  | 0,934  | 1,075  |
| $P(0,683)$        | 1,034  | 1,007  | 1,072  |
| $F_3^{-1}(0.975)$ | 2,330  | 2,038  | 2,083  |
| $P(0,95)$         | 1,654  | 1,975  | 1,907  |

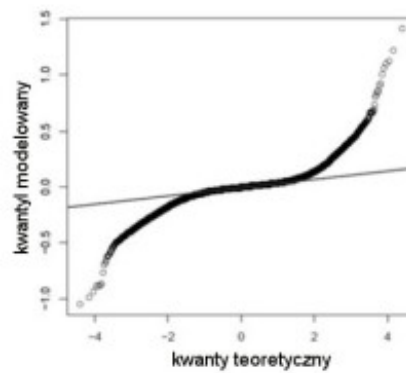
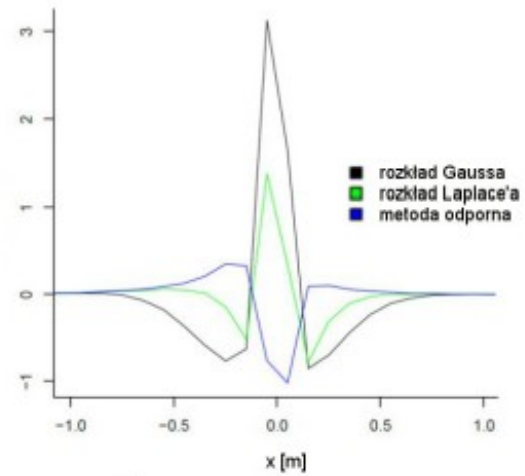
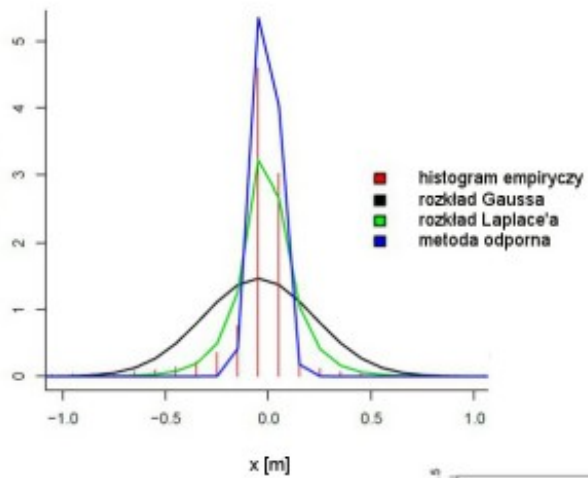


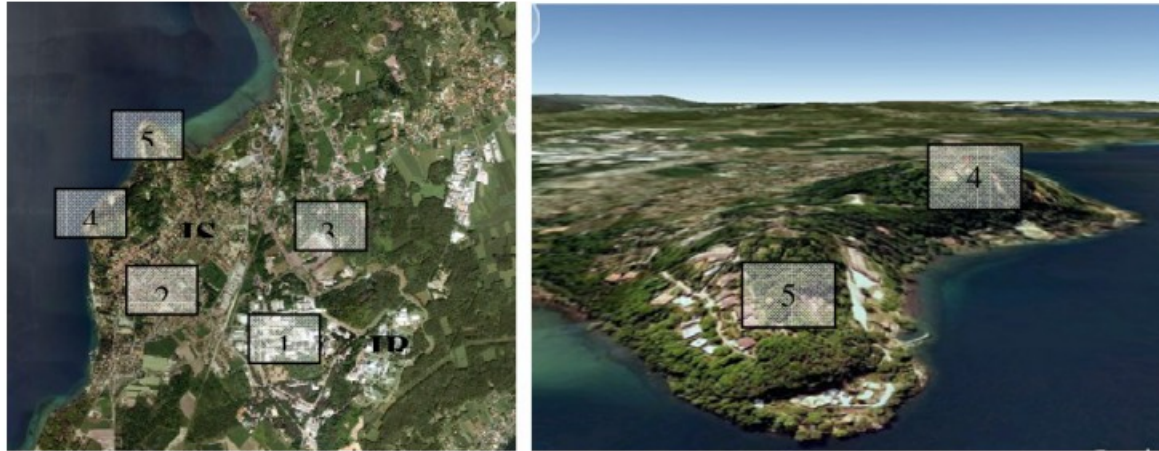
Rysunek 9: Wykresy funkcji gęstości prawdopodobieństwa:  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  a), dla danych wygenerowanych symulatorem liczb losowych, zakładając rozkład normalny  $N(0,1)$ , parametry statystyczne b) oraz wykres normalności: Q-Q c); przebieg funkcji  $f_1$  i  $f_2$  jest prawie identyczny, niewielkie różnice są widoczne dla wartości odciętych bliskich 0



| Obszar testowy        | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| liczba                | 94323  | 80227  | 69231  | 36369  | 26424  |
| <i>Min</i> $\Delta H$ | -1,05  | -2,08  | -3,63  | -3,93  | -7,81  |
| <i>Max</i> $\Delta H$ | 1,41   | 2,93   | 2,5    | 9,86   | 10,64  |
| $\mu$                 | -0,007 | 0,001  | -0,007 | -0,017 | -0,049 |
| $\sigma$              | 0,073  | 0,083  | 0,129  | 0,317  | 0,271  |
| <i>m</i>              | 0,0    | 0,0    | 0,0    | 0,0    | -0,010 |
| NMAD                  | 0,044  | 0,030  | 0,044  | 0,044  | 0,059  |
| <i>k</i>              | 17,14  | 106,65 | 59,54  | 87,67  | 228,25 |
| <i>s</i>              | 0,192  | 1,581  | -1,875 | 2,321  | -1,476 |



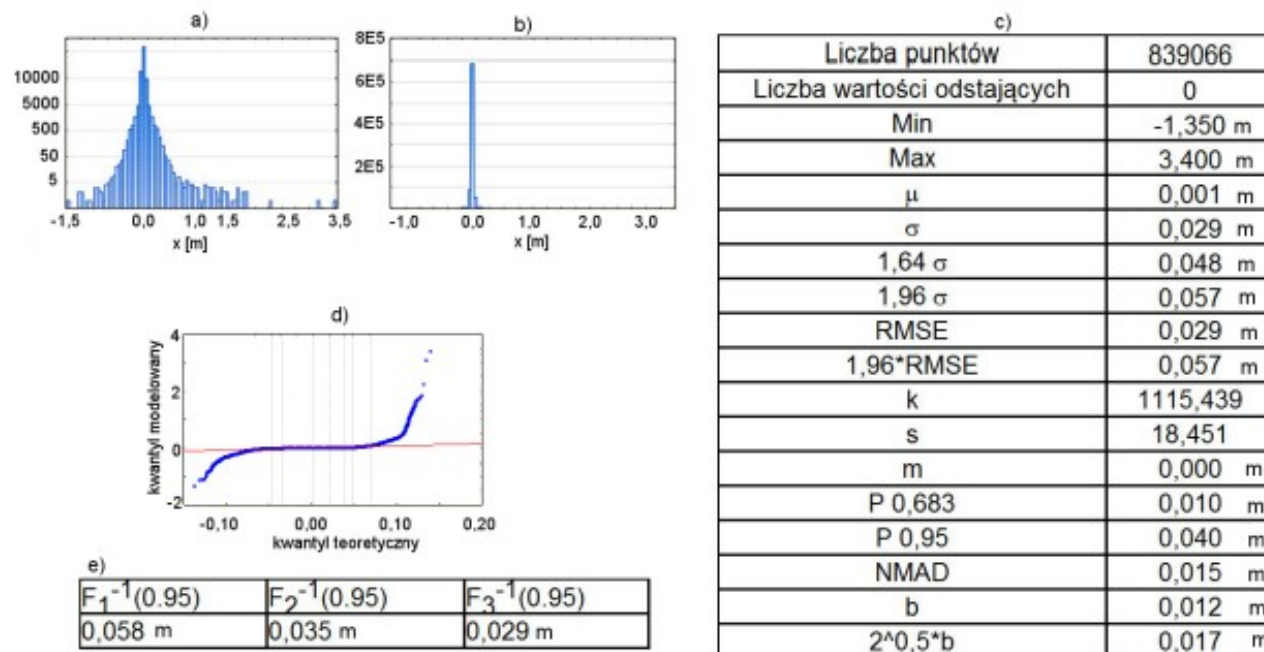




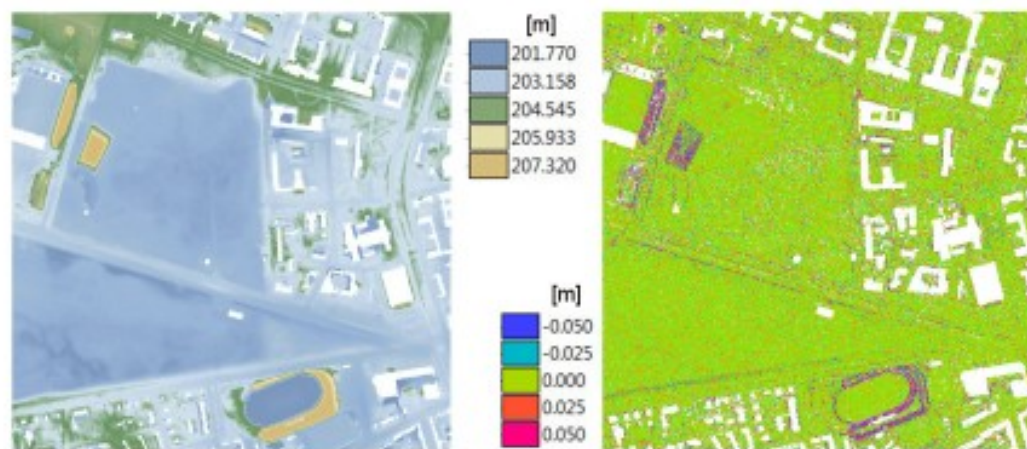
|              | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $RMSE_{f_1}$ | 0,756 | 0,719 | 0,624 | 0,362 | 0,289 |
| $RMSE_{f_2}$ | 0,332 | 0,249 | 0,272 | 0,202 | 0,128 |
| $RMSE_{f_3}$ | 0,426 | 0,257 | 0,217 | 0,146 | 0,103 |

|                   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $F_1^{-1}(0,975)$ | 0,136 | 0,164 | 0,245 | 0,605 | 0,480 |
| $F_2^{-1}(0,975)$ | 0,132 | 0,120 | 0,189 | 0,380 | 0,310 |
| $F_3^{-1}(0,975)$ | 0,086 | 0,084 | 0,086 | 0,086 | 0,106 |
| $P(0,95)$         | 0,150 | 0,130 | 0,200 | 0,630 | 0,180 |

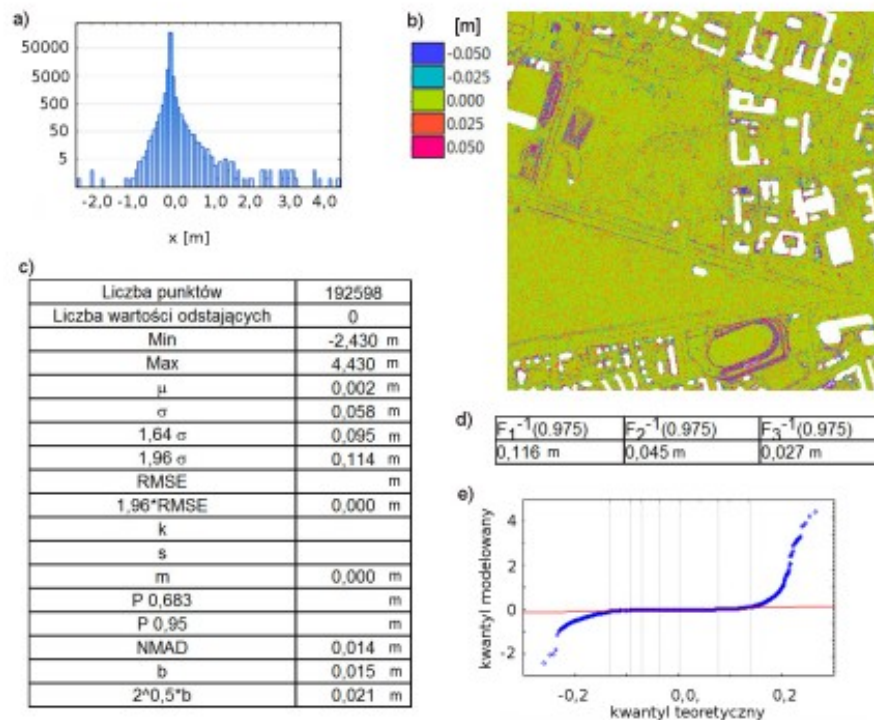




Rysunek 34: Analiza dokładności wewnętrznej NMT ALS okolic Błóż (Kraków), histogram empiryczny w skali logarytmicznej i liniowej, wykres Q-Q, parametry statystyczne



Rysunek 35: NMT ALS okolic Błonia (Kraków), mapa różnicowa NMT ALS minus chmura punktów



Rysunek 36: Analiza parametrów statystycznych mapy różnicowej uzyskanej w wyniku odjęcia modeli NMT wykonanych dwoma różnymi algorytmami, histogram empiryczny w skali logarytmicznej, wykres Q-Q, parametry statystyczne